



Coimisiún na Scrúduithe Stáit
State Examinations Commission

Scrúdú na hArdteistiméireachta, 2022

Matamaitic

Páipéar 1

Ardleibhéal

Dé hAoine 10 Meitheamh Tráthnóna 2:00 - 4:30

220 marc

Scrúduimhir

<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------

Lá agus Mí do Bhreithe

<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
----------------------	----------------------	----------------------	----------------------

Scríobh 3 Feabhra mar 0302,
mar shampla

Stampa an Ionaid

--

Ná scríobh ar an leathanach seo

Treoracha

Tá **dhá** roinn sa scrúdpháipéar seo.

Roinn A	Coincheapa agus Scileanna	120 marc	6 cheist
Roinn B	Comhthéacsanna agus Feidhmeanna	100 marc	4 cheist

Freagair ceisteanna mar a leanas:

- **ceithre** cheist ar bith as Roinn A – Coincheapa agus Scileanna
- **dhá** cheist ar bith as Roinn B – Comhthéacsanna agus Feidhmeanna

Scríobh do Scrúduimhir sa bhosca ar an gclúdach tosaigh.

Scríobh do chuid freagraí le peann gorm nó le peann dubh. Is féidir leat peann luaidhe a úsáid i gcás graf agus léaráidí amháin.

Déanfar an leabhrán scrúdaithe seo a scanadh agus is ar scáileán a chuirfear do chuid oibre i láthair an scrúdaitheora. Mar sin is féidir nach bhfeicfidh an scrúdaitheoir aon rud a scríobhfaidh tú taobh amuigh de bhoscaí na bhfreagraí.

Scríobh na freagraí go léir sa leabhrán seo. Tá spás d'obair bhreise ag cúl an leabhráin. Má bhaineann tú úsáid as, lipéadaigh aon obair bhreise go soiléir le huimhir na ceiste agus leis an gcuid den cheist.

Tabharfaidh an feitheoir cóip den leabhrán *Foirmlí agus Táblaí* duit. Caithfidh tú é a thabhairt ar ais ag deireadh an scrúdaithe. Níl cead agat do chóip féin a thabhairt isteach sa scrúdú.

Caillfidh tú marcanna mura mbíonn obair thacaíochta ábhartha san áireamh agat i do réitigh.

Is féidir go gcaillfidh tú marcanna mura dtugann tú na haonaid tomhais chuí sna freagraí, de réir mar a oireann.

Is féidir go gcaillfidh tú marcanna mura dtugann tú na freagraí san fhoirm is simplí, de réir mar a oireann.

Scríobh déanamh agus múnla d'áireamhá(i)n anseo:

Freagair **ceithre cheist ar bith** as an roinn seo.

Ceist 1**(30 marc)**

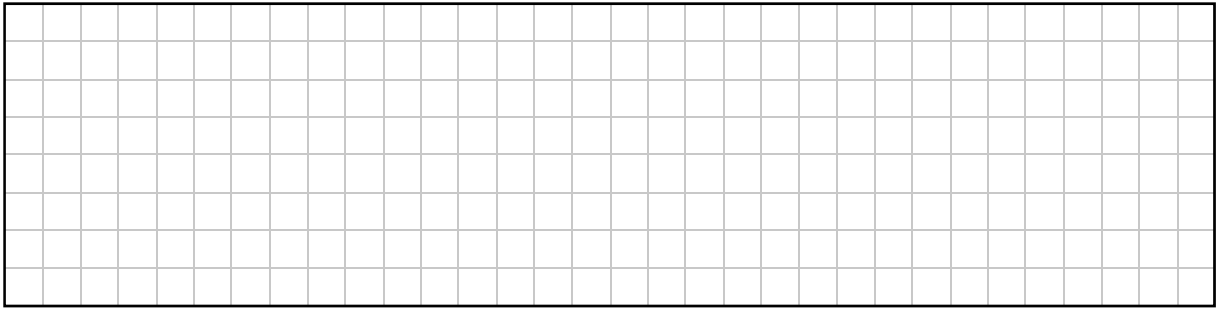
- (a) Faigh an dá luach ar $m \in \mathbb{Z}$ a fhágann nach bhfuil ach aon réiteach **amháin** ar an gcothromóid in x seo a leanas:

$$3x^2 - mx + 3 = 0$$

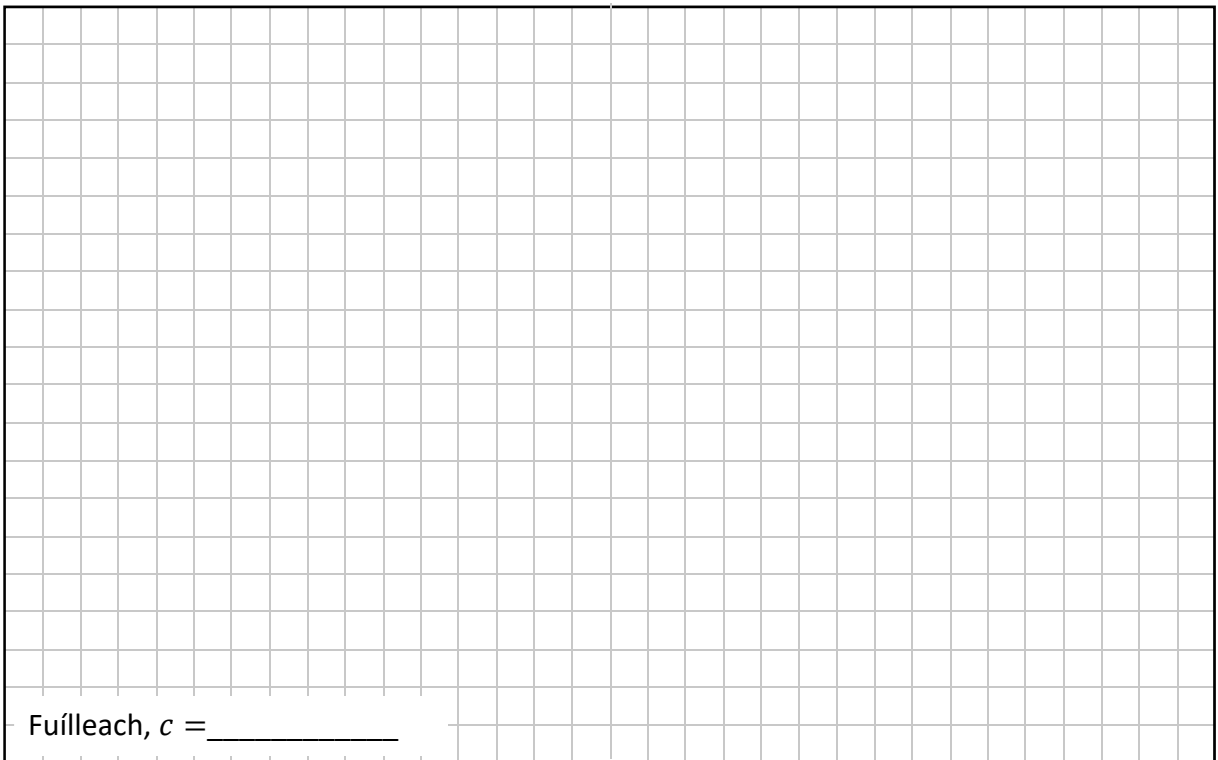
- (b) Mínigh cén fáth nach bhfuil réitigh réadacha **ar bith** ar an gcothromóid in x seo a leanas:

$$(2x + 3)^2 + 7 = 0$$

- (c) (i) Taispeáin **nach** réiteach ar $3x^2 + 2x + 5 = 0$ é $x = -1$.



- (ii) Faigh an **fuílleach** nuair a roinntear $3x^2 + 2x + 5$ ar $x + 1$.
Is é sin, faigh luach c nuair a scríobhtar $3x^2 + 2x + 5$ san fhoirm
- $$3x^2 + 2x + 5 = (x + 1)(ax + b) + c$$
- áit a mbeidh $a, b, c \in \mathbb{Z}$.

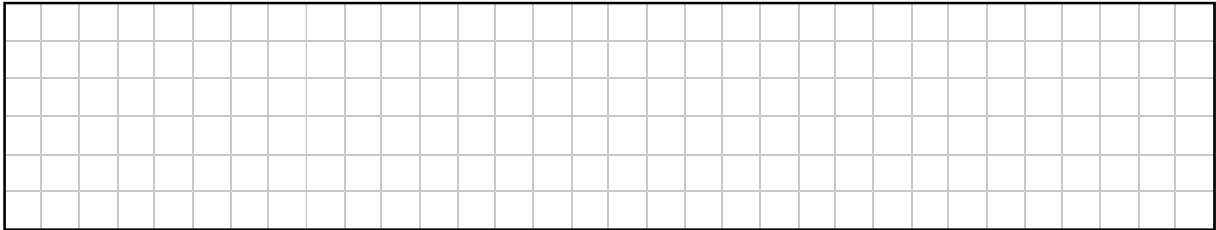


Ceist 2

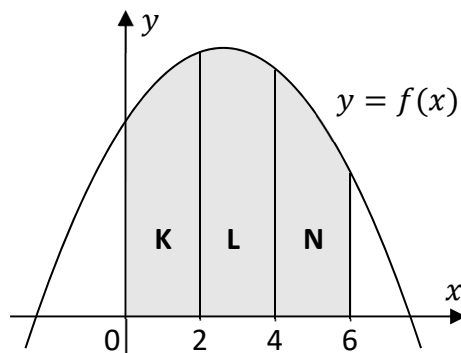
(30 marc)

(a) $g(x) = 2x^2 + 5x + 6$, áit a bhfuil $x \in \mathbb{R}$.

Faigh $\int g(x) dx$.

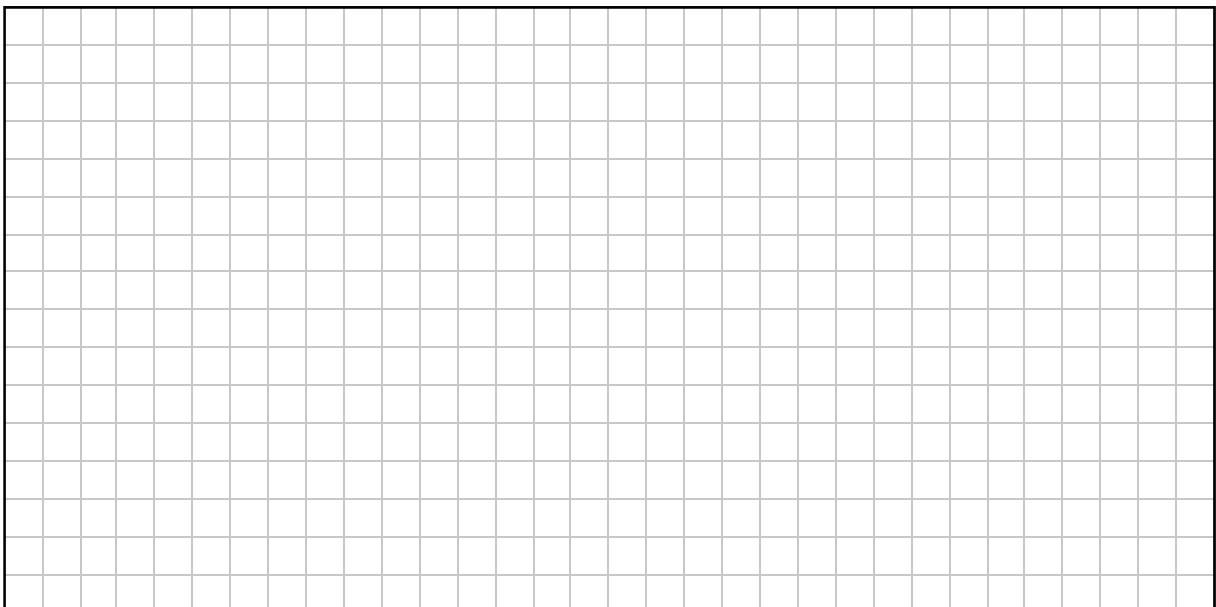


(b) Sa léaráid taispeántar graf na feidhme $f(x) = ax^2 + bx + c$, áit a bhfuil $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tá **K**, **L**, agus **N** marcáilte ar thrí réigiún ar an léaráid. Tá gach ceann de na réigiúin seo cuimsithe ag an x -ais, graf $f(x)$, agus dhá líne cheartingearacha.



(i) Tá achar 538 aonad cearnach i réigiún **K**. Úsáid suimeáil $f(x)$ le taispeáint go bhfuil:

$$4a + 3b + 3c = 807$$



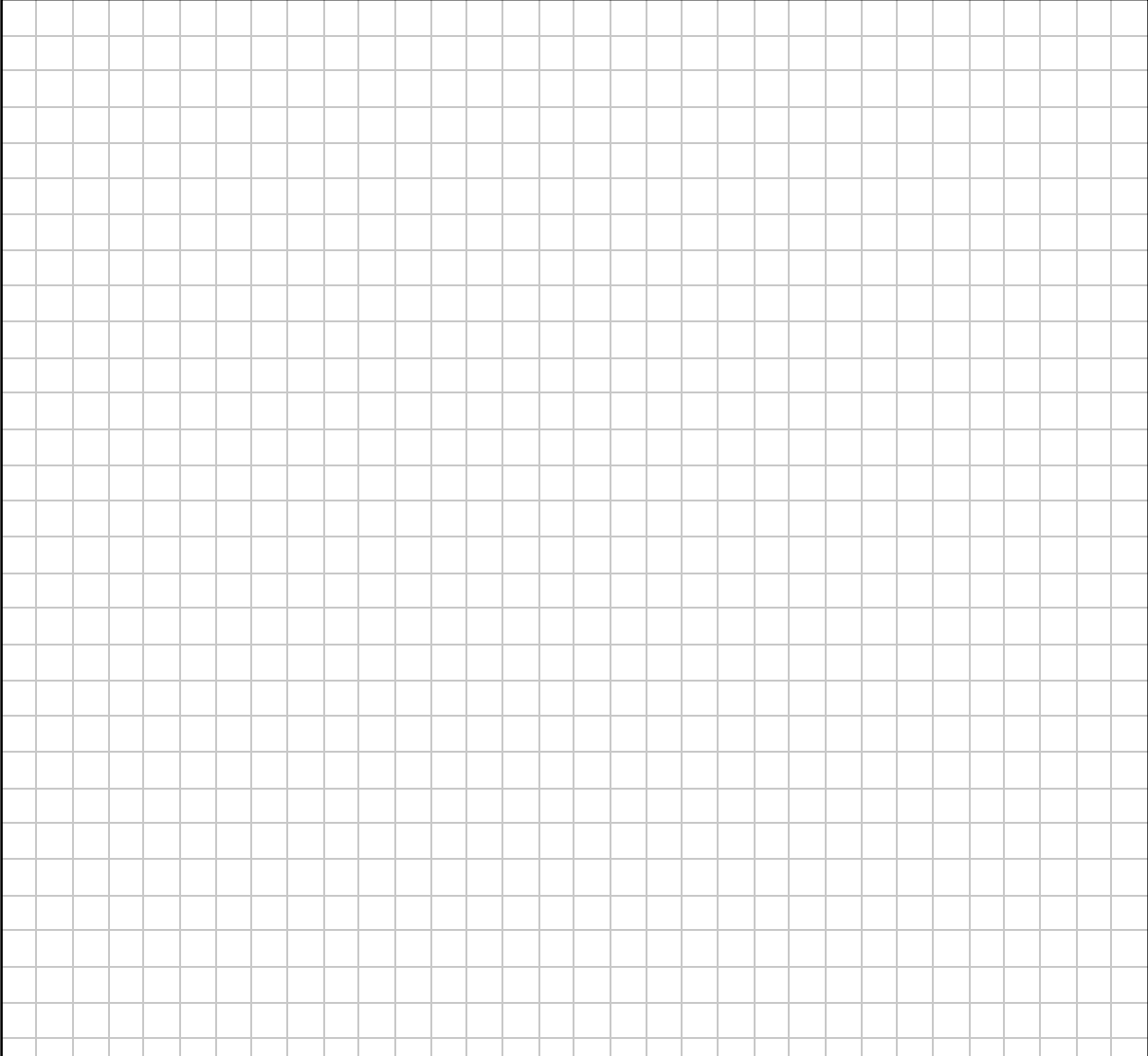
- (ii) Tugann achar na dtrí réigiún **K**, **L**, agus **N** na trí chothromóid seo a leanas (an chothromóid ó **chuid (b)(i)** san áireamh):

$$4a + 3b + 3c = 807$$

$$28a + 9b + 3c = 879$$

$$76a + 15b + 3c = 663$$

Réitigh na cothromóidí seo chun na luachanna ar a , b , agus c a fháil.



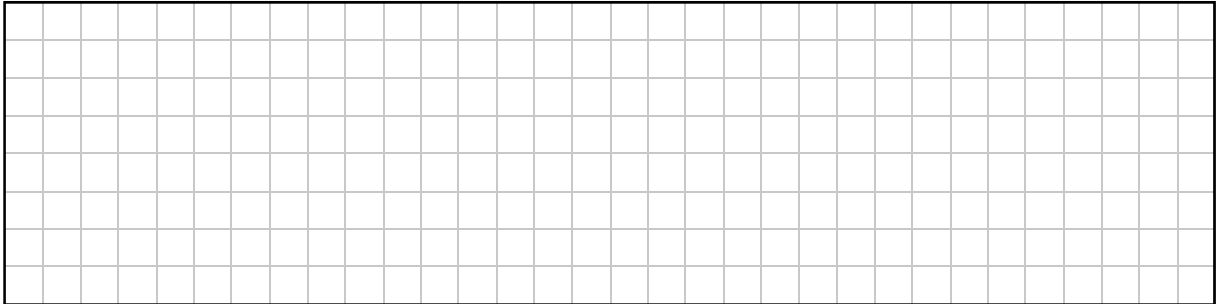
$a =$ _____ $b =$ _____ $c =$ _____

Ceist 3

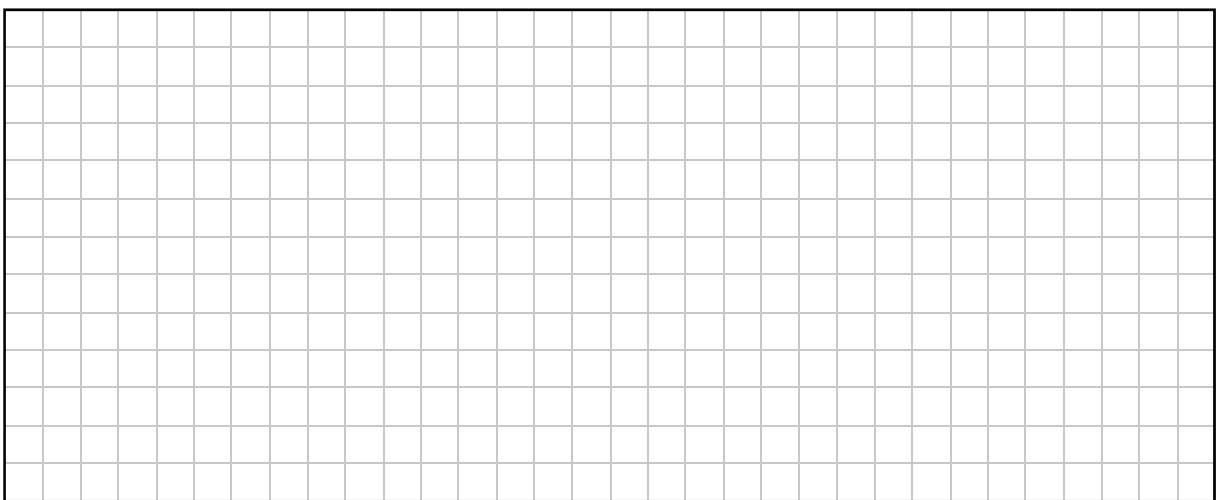
(30 marc)

(a) $z = 6 + 2i$, áit a bhfuil $i^2 = -1$.

(i) Taispeáin go bhfuil $z - iz = 8 - 4i$.



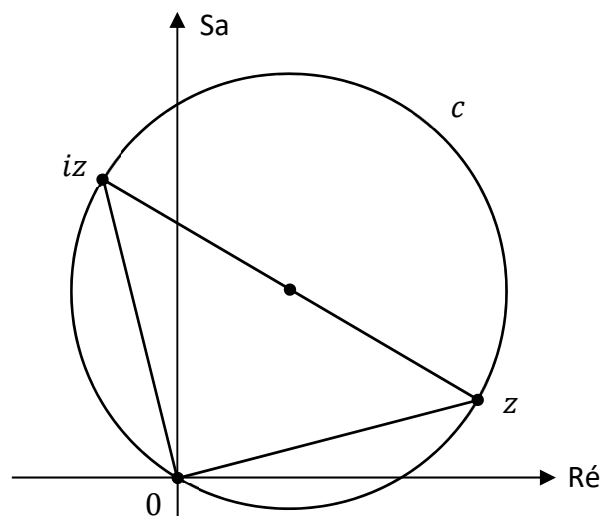
(ii) Taispeáin go bhfuil $|z|^2 + |iz|^2 = |z - iz|^2$



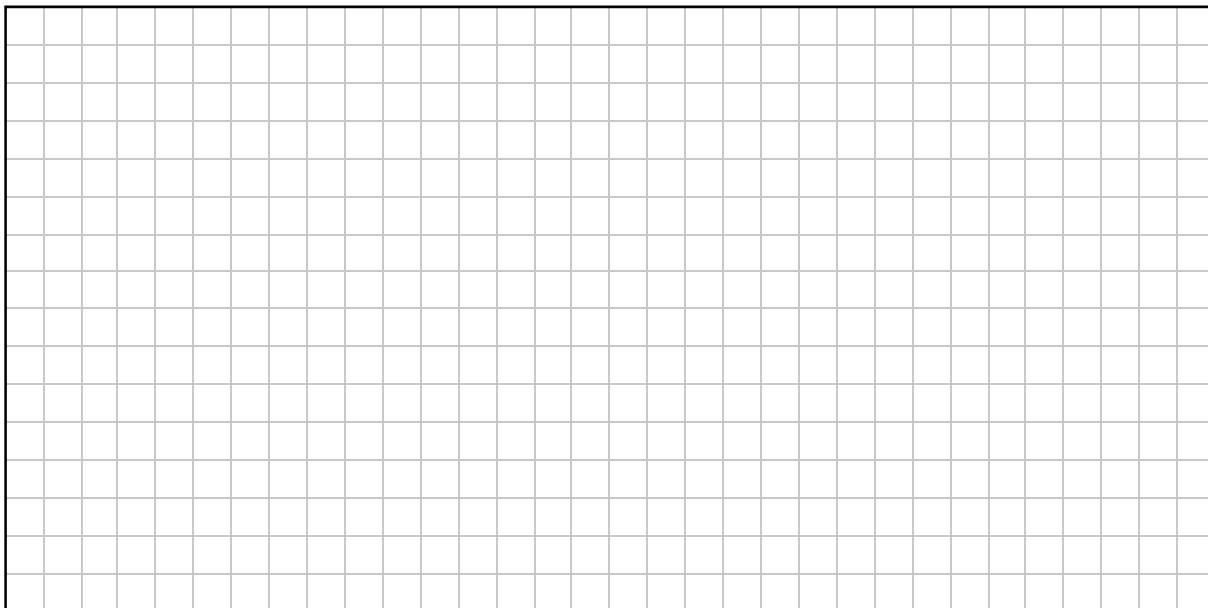
(iii) Gabhann an ciorcal c na pointí z , iz , agus 0 , mar a thaispeántar sa léaráid thíos (níl an léaráid de réir scála). Is iad z agus iz foircinn thrastomhas den ciorcal.

Faigh achar ciorcal c i dtéarmaí π .

Tá spás ar an gcéad leathanach eile le haghaidh do réitigh.

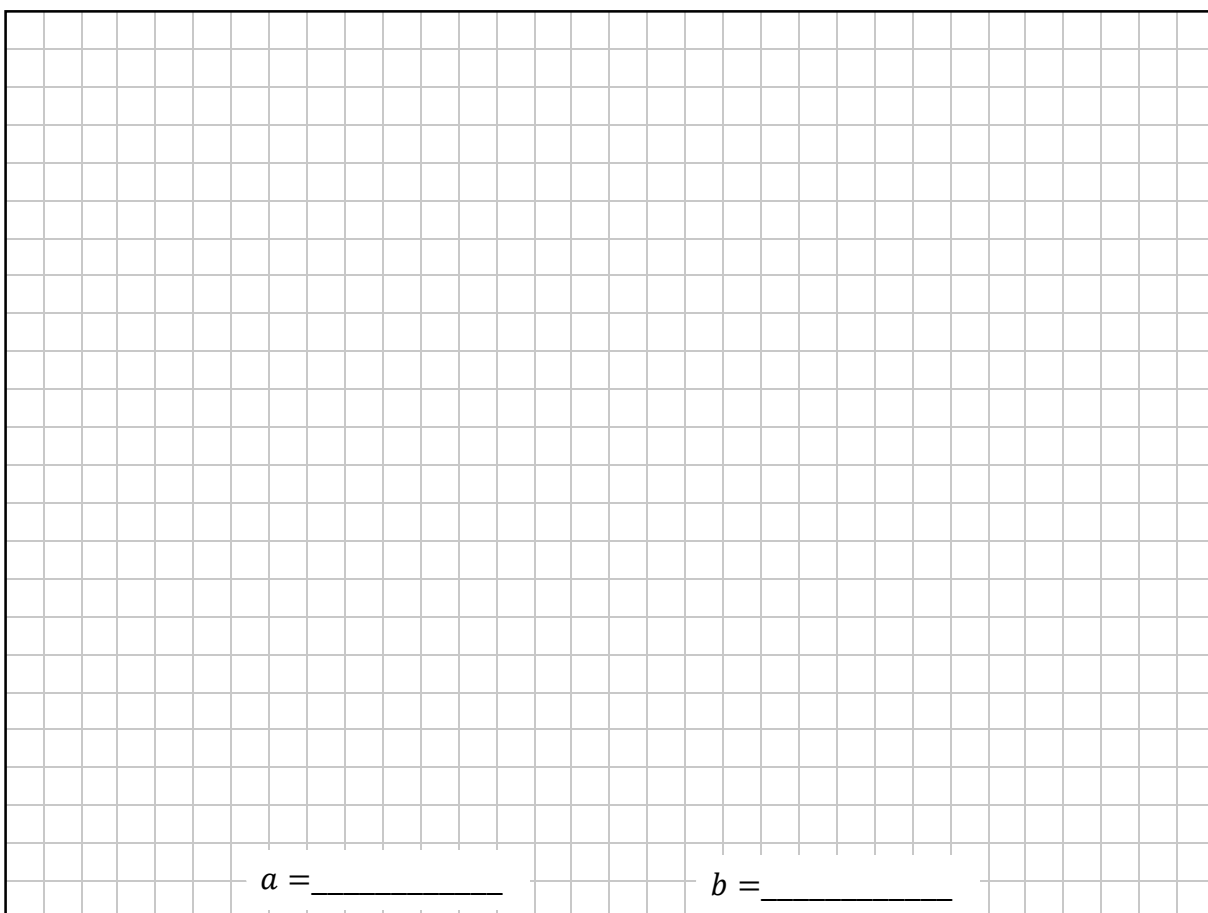


Spás le haghaidh **cuid (a)(iii)**.



(b) Is féidir $(\sqrt{3} - i)^9$ a scríobh san fhoirm $a + ib$, áit a mbeidh $a, b \in \mathbb{Z}$ agus $i^2 = -1$.

Bain úsáid as Teoirim de Moivre chun an luach ar a agus an luach ar b a fháil.



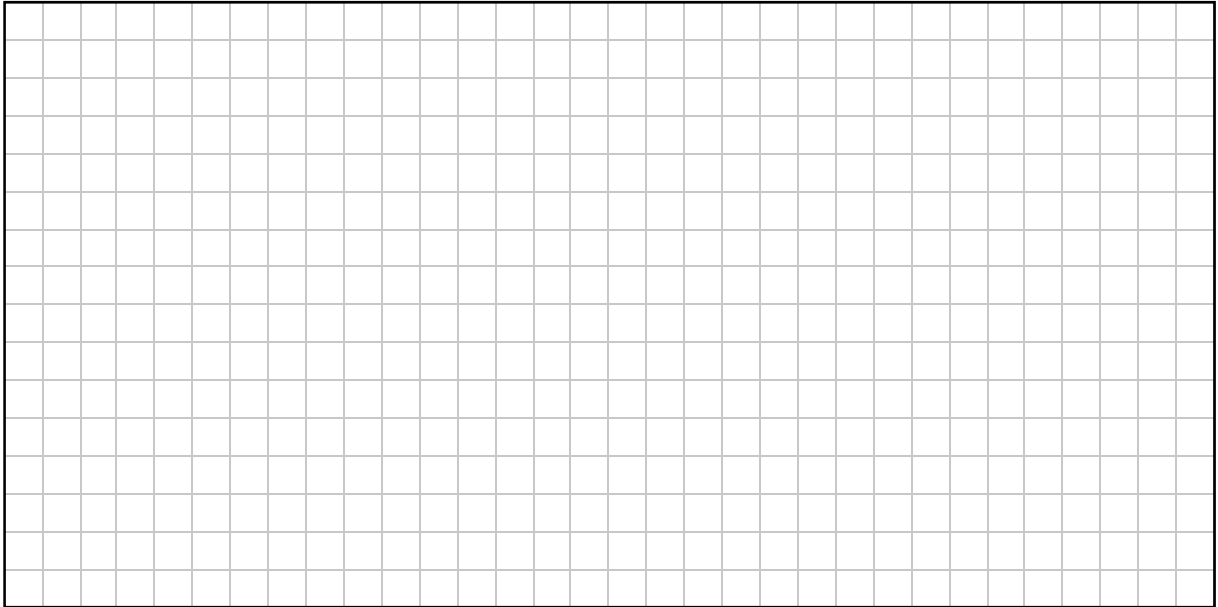
Ceist 4

(30 marc)

(a) Sainítear seicheamh u_1, u_2, u_3, \dots mar a leanas, le haghaidh $n \in \mathbb{N}$:

$$u_1 = 2, \quad u_2 = 64, \quad u_{n+1} = \sqrt{\frac{u_n}{u_{n-1}}}$$

Scríobh u_3 san fhoirm 2^p , áit a mbeidh $p \in \mathbb{R}$.

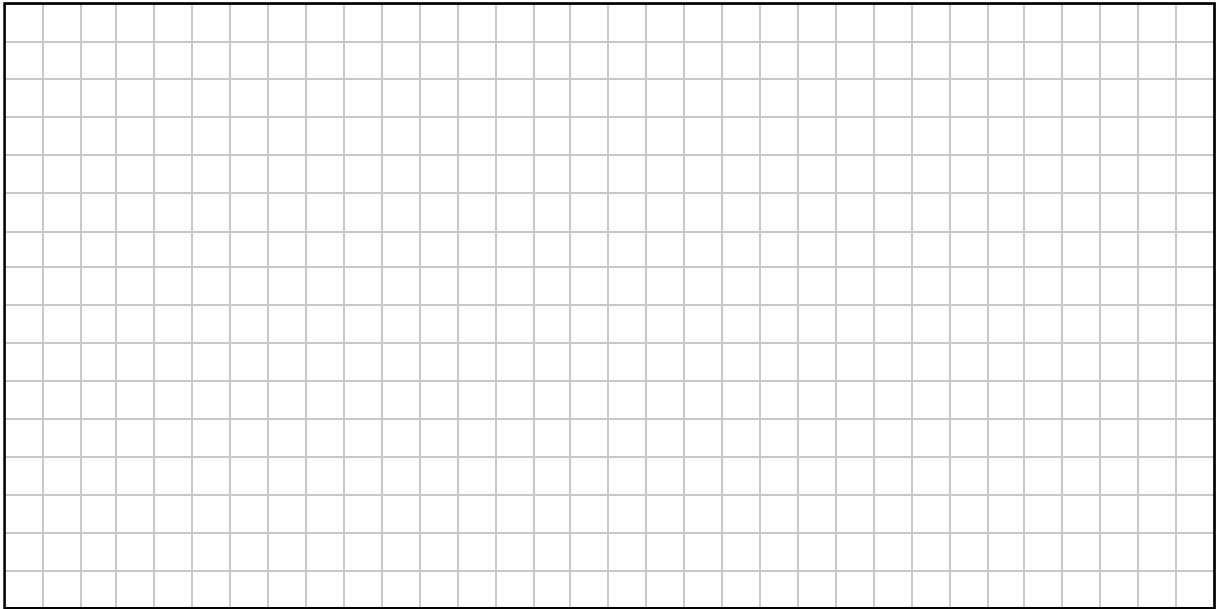


(b) Seo a leanas na chéad trí théarma i seicheamh **comhbhreise**, áit a bhfuil $k \in \mathbb{R}$:

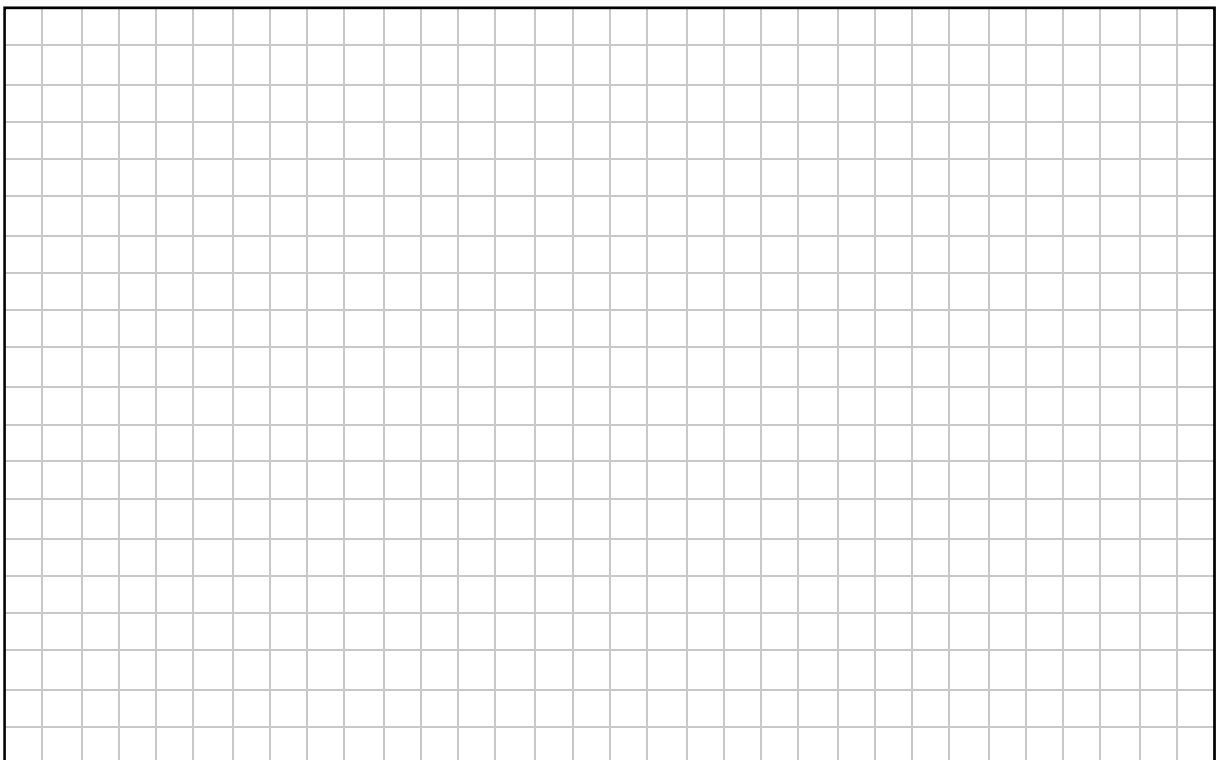
$$5e^{-k}, \quad 13, \quad 5e^k$$

(i) Glac le $y = e^k$ sa seicheamh comhbhreise seo, agus taispeáin go bhfuil:

$$5y^2 - 26y + 5 = 0$$



(ii) Bain úsáid as an gcothromóid in y i **gcuid (b)(i)** chun an dá luach fhéideartha ar k a fháil. Bíodh gach luach díobh san fhoirm $\ln p$ nó $-\ln p$, áit a mbeidh $p \in \mathbb{N}$.



Ceist 5

(30 marc)

(a) $g(x) = x^2 - \frac{1}{x}$ áit a bhfuil $x \in \mathbb{R}$.

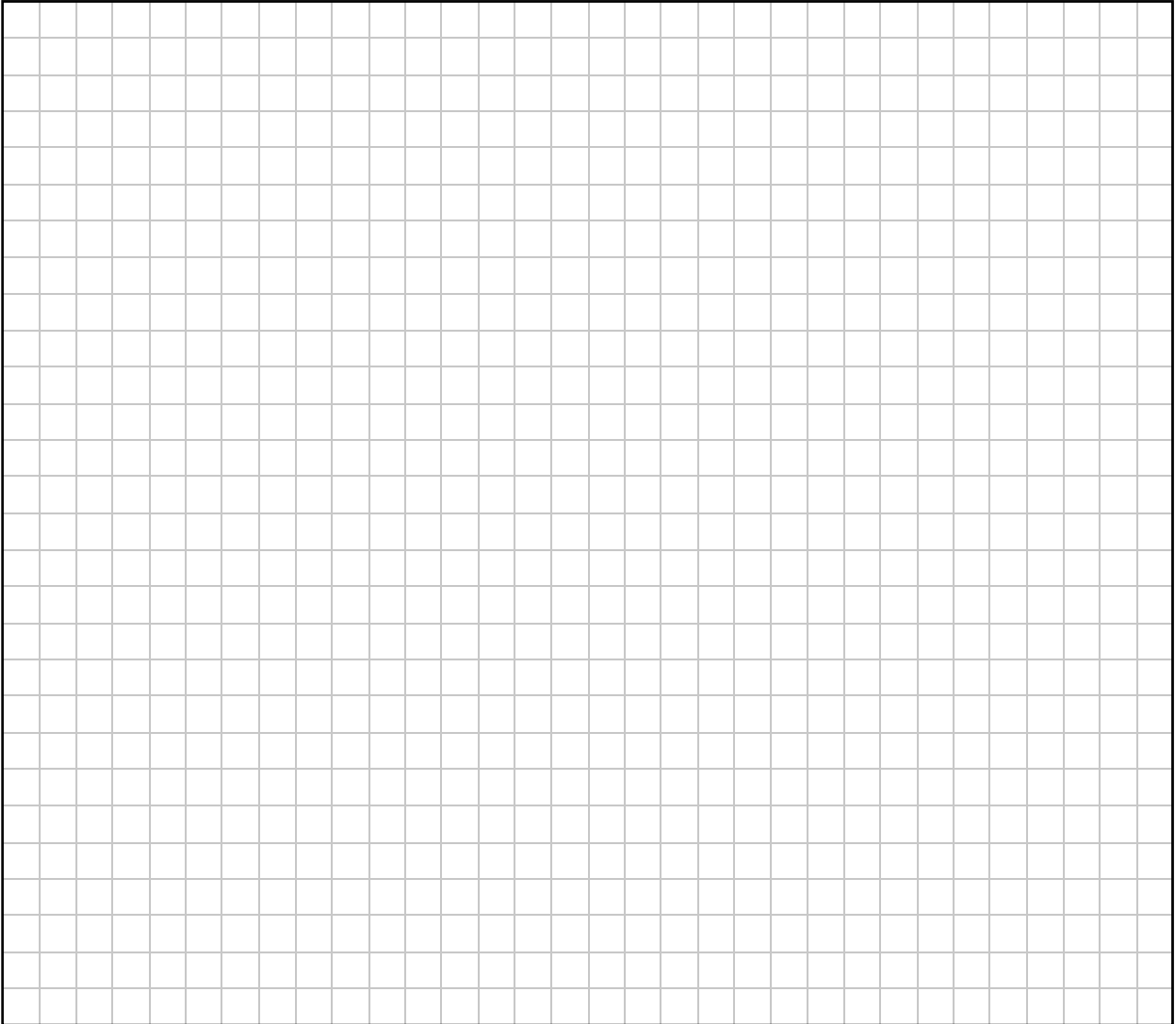
Faigh $g'(x)$, díorthach $g(x)$.

(b) $f(x) = 2x^3 - 21x^2 + 40x + 63$, áit a bhfuil $x \in \mathbb{R}$.

(i) Is fachtóir de $f(x)$ é $x + 1$. Faigh na trí luach ar x a fhágann go bhfuil $f(x) = 0$.

$x = \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}}, \text{ nó } \underline{\hspace{2cm}}$

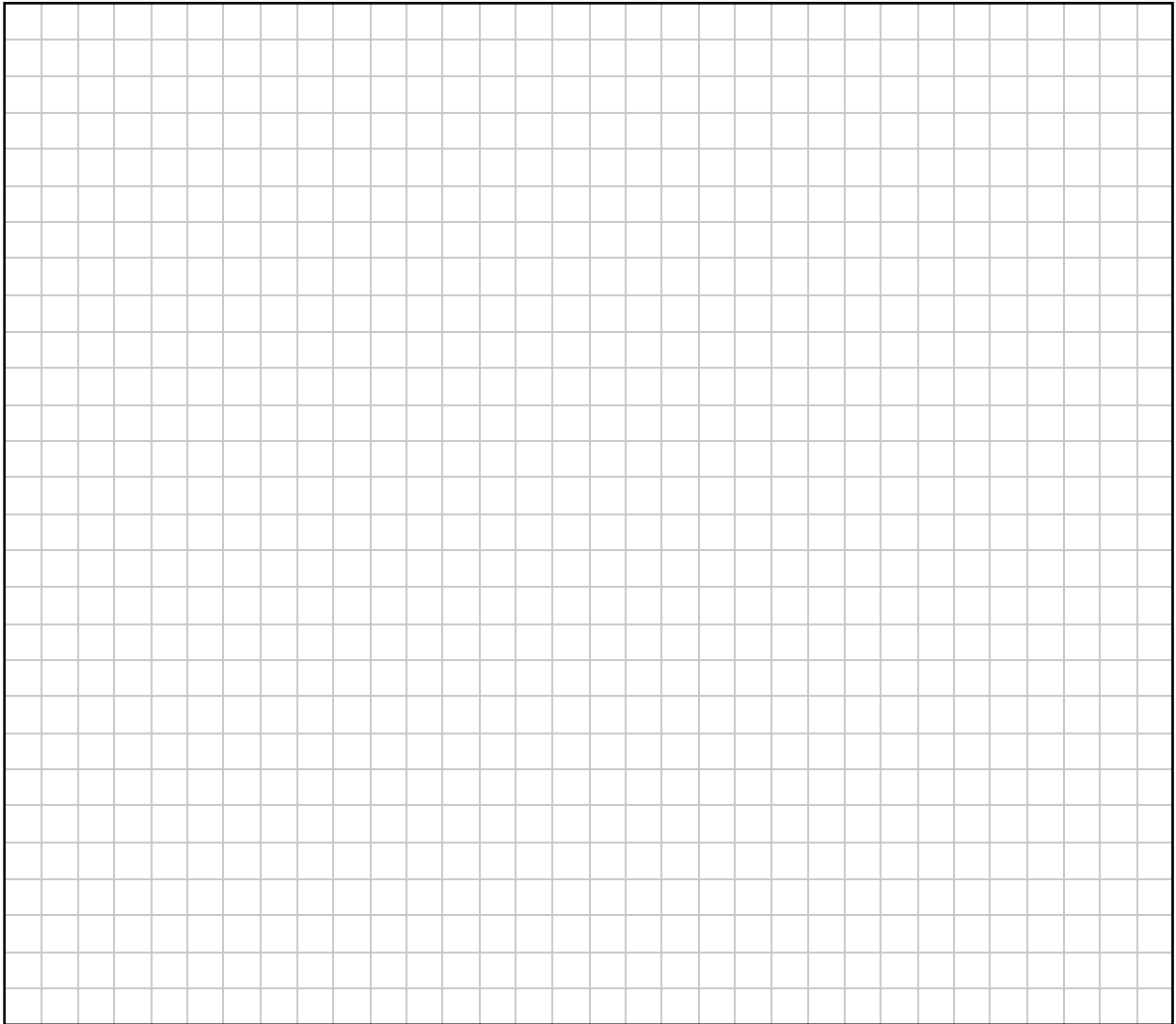
- (ii) Faigh raon na luachanna ar x a fhágann go bhfuil $f'(x)$ diúltach, ceart go dtí 2 ionad dheachúlacha.



Ceist 6

(30 marc)

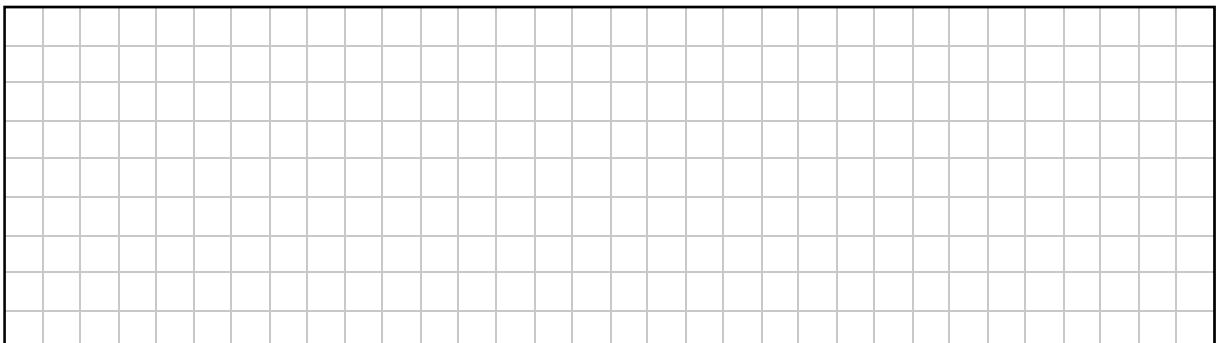
- (a) Dífreáil $f(x) = 2x^2 + 4x$ i leith x , ó bhunphrionsabail.

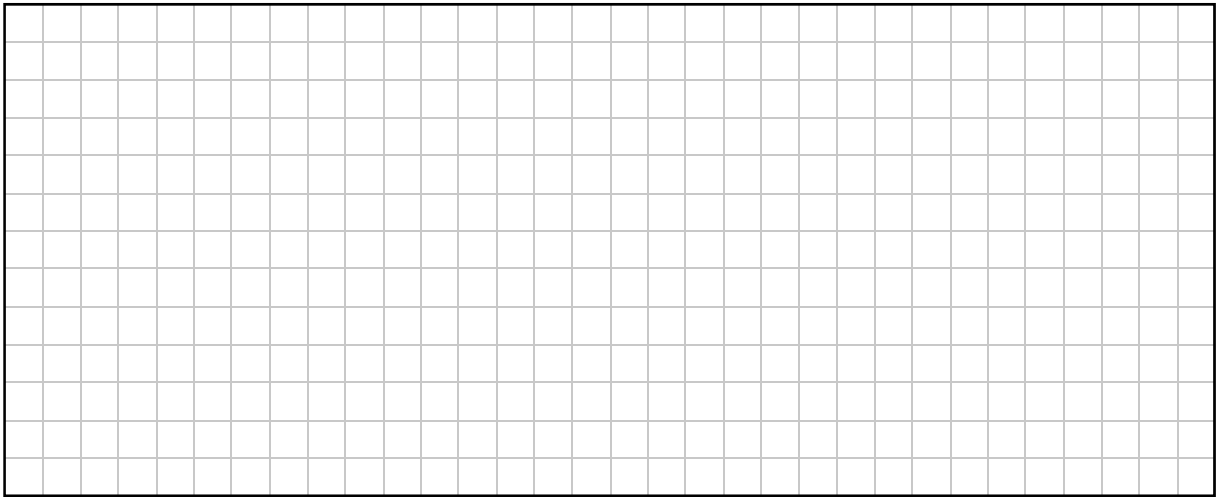


- (b) Tá achar dronuilleoige ag méadú. Tá an dronuilleog x cm ar leithead, áit a bhfuil $x \in \mathbb{R}$ agus $x > 0$. Is ionann a fad agus ceithre oiread a leithid i gcónaí.

Faigh ráta athraithe achar na dronuilleoige i gcoibhneas lena leithead, x , nuair is ionann achar na dronuilleoige agus 225 cm^2 .

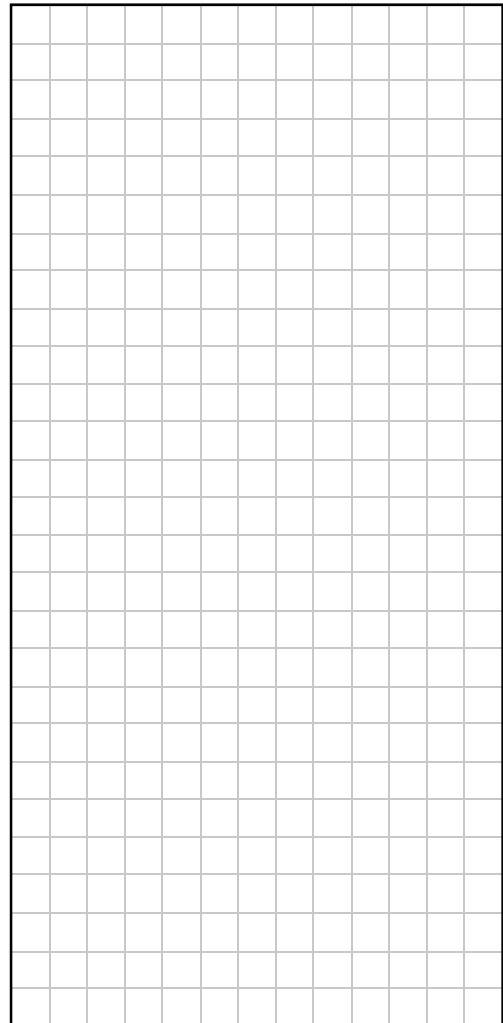
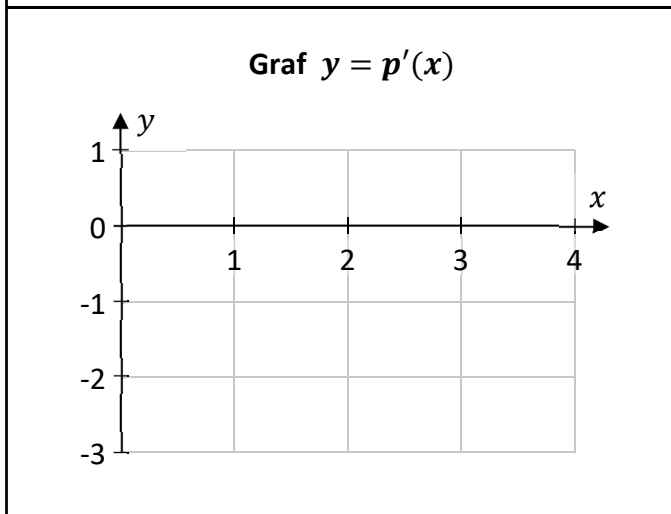
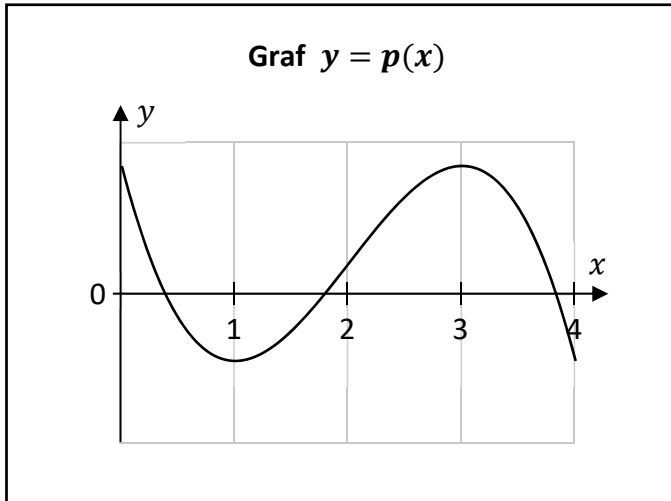
Tá spás le haghaidh obair bhreise ar an gcéad leathanach eile.





- (c) Sa chéad léaráid thíos taispeántar graf na feidhme ciúbaí $p(x)$, le haghaidh $0 \leq x \leq 4$, $x \in \mathbb{R}$. Is é 1 uaslúach $p'(x)$ san fhearann seo, agus $p'(0) = -3$, áit arb é $p'(x)$ díorthach $p(x)$.

Bain úsáid as an eolas seo chun graf $p'(x)$ a tharraingt ar an dara péire aiseanna thíos, le haghaidh $0 \leq x \leq 4$, $x \in \mathbb{R}$.



Freagair **dhá cheist ar bith** as an roinn seo.

Ceist 7**(50 marc)**

Tá seisiún traenála á dhéanamh ag Hannah. Le linn an tseisiúin seo, tomhaistear ráta a croí, $h(x)$, ina bhuillí sa nóiméad (BSN), áit arb é x an t-am ina nóiméid ó thús an tseisiúin, $x \in \mathbb{R}$. Le linn na gcéad 8 nóiméad den seisiún, déanann Hannah roinnt cleachtaí aclaíochta. Agus í ag déanamh na gcleachtaí sin, athraíonn ráta a croí. I rith an ama sin, tugtar $h(x)$ mar:

$$h(x) = 2x^3 - 28.5x^2 + 105x + 70$$

- (a)** Oibrigh amach ráta croí Hannah 4 nóiméad tar éis thús an tseisiúin.

--

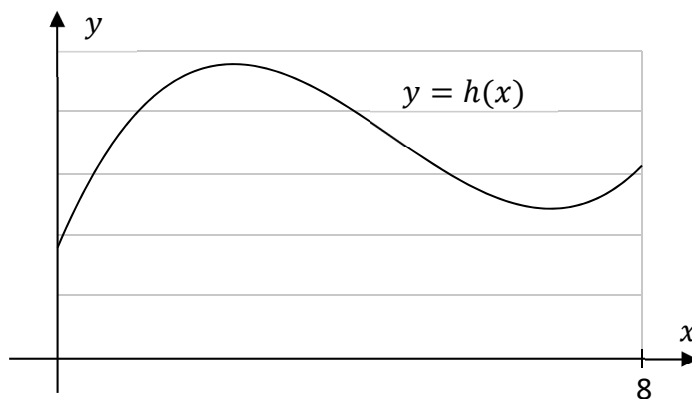
- (b)** Faigh $h'(x)$.

--

- (c)** Faigh $h'(2)$, agus mínigh cad is ciall leis an luach seo i gcomhthéacs ráta croí Hannah.

$h'(2)$:
Míniú:

Taispeánann an graf thíos $y = h(x)$, áit a bhfuil $0 \leq x \leq 8, x \in \mathbb{R}$.



- (d) Faigh an luach is lú agus an luach is mó ar $h(x)$, le haghaidh $0 \leq x \leq 8, x \in \mathbb{R}$. Bain úsáid as an gcalcalas i do réiteach. Is ceadmhach eolas ón ngraf thuas a úsáid freisin. Tá an graf de réir scála.

An luach is lú ar $h(x)$: _____	An luach is mó ar $h(x)$: _____

Leantar den cheist seo ar an gcéad leathanach eile.

- (e) Cé mhéad ama tar éis thús an tseisiúin is tapúla a bhíonn ráta croí Hannah ag laghdú, sna chéad 8 nóiméad? Bíodh do fhreagra ina nóiméid agus ina shoicindí.

Cuimhnigh air go bhfuil $h(x) = 2x^3 - 28.5x^2 + 105x + 70$.

Tosaíonn Bruno, Karen, agus Martha seisiún traenála ag an am céanna le Hannah. Is ina BSN a thomhaistear rátaí a gcroí go léir.

- (f) (i) Le linn na gcéad 8 nóiméad den seisiún, bíonn ráta croí Bruno, $b(x)$, 15 BSN níos mó ná ráta croí Hannah i gcónaí.

Úsáid an t-eolas seo agus scríobh $b'(x)$ i dtéarmaí $h'(x)$, áit a bhfuil $0 \leq x \leq 8$, $x \in \mathbb{R}$.

- (ii) Le linn na gcéad 8 nóiméad den seisiún, bíonn ráta croí Karen, $k(x)$, 10% níos lú ná ráta croí Hannah i gcónaí.

Úsáid an t-eolas seo agus scríobh $k'(x)$ i dtéarmaí $h'(x)$, áit a bhfuil $0 \leq x \leq 8$, $x \in \mathbb{R}$.

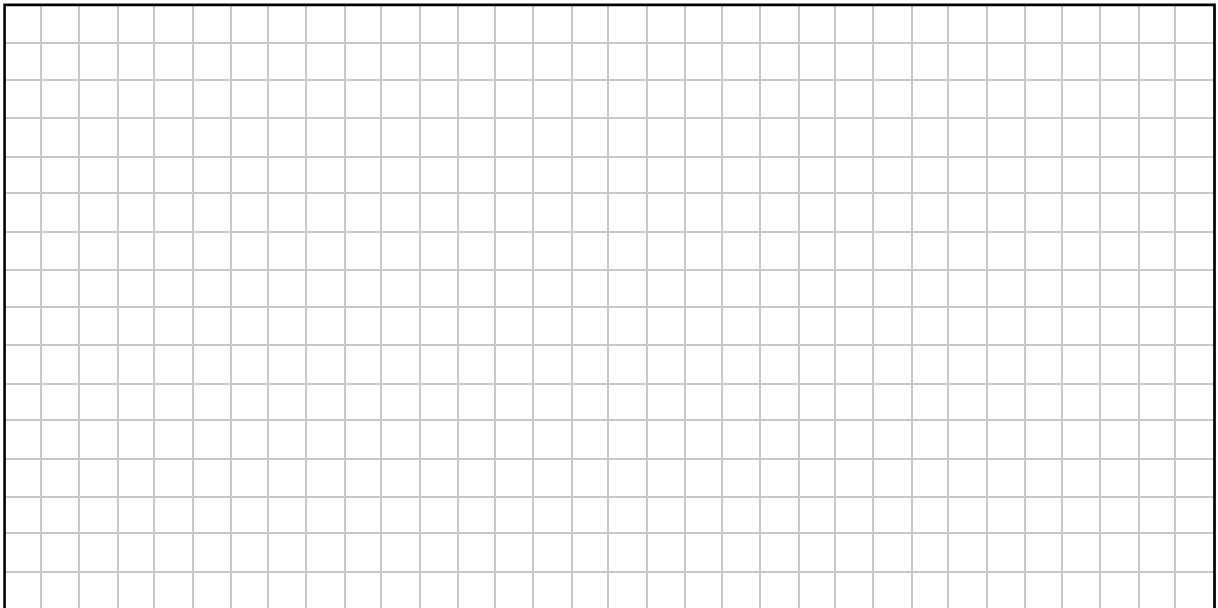
- (g) Caitheann Martha níos faide i mbun gach cleachtaidh aclaíochta ná a chaitheann Hannah. Le haghaidh $0 \leq x \leq 10$, is ionann ráta croí Martha, $m(x)$, agus:

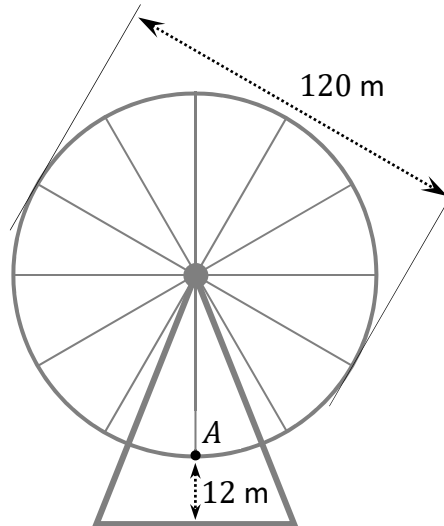
$$m(x) = h(0.8x)$$

Bain úsáid as $h(x) = 2x^3 - 28.5x^2 + 105x + 70$ chun $m(x)$ a scríobh san fhoirm:

$$m(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

áit a mbeidh $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, le haghaidh $0 \leq x \leq 10$.





Is ionann trastomhas roth Ferris agus 120 m.

Nuair a bhíonn sé ag casadh, déanann sé 10 n-imrothlú iomlána go díreach in uair an chloig amháin.

Sa léaráid thuas taispeántar an roth Ferris sula dtosaíonn sé ag casadh.

Faoi láthair, is é pointe A an pointe is ísle ar imlíne an rotha, agus tá sé ag airde 12 m os cionn leibhéal na talún.

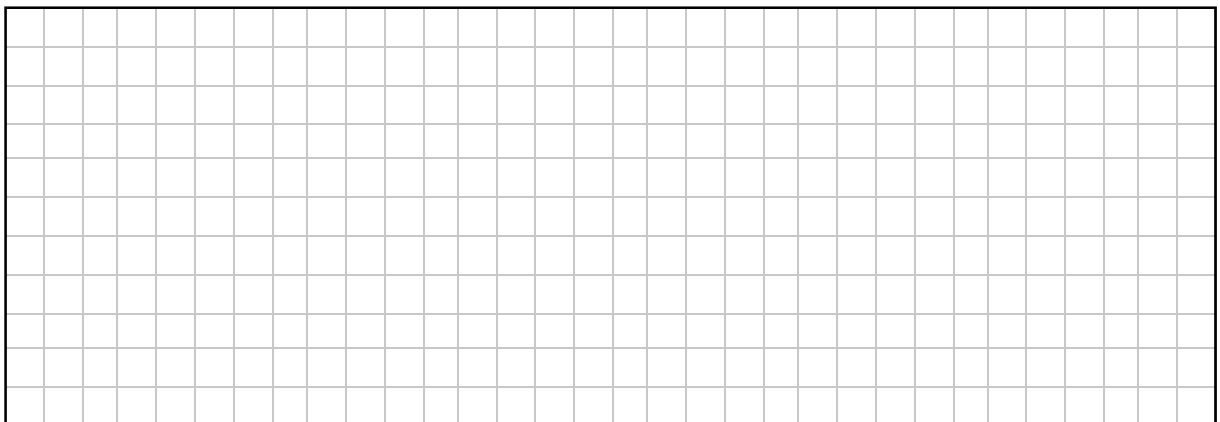
Tugtar airde, h , phointe A tar éis don roth a bheith ag casadh ar feadh t nóiméad de réir:

$$h(t) = 72 - 60 \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$$

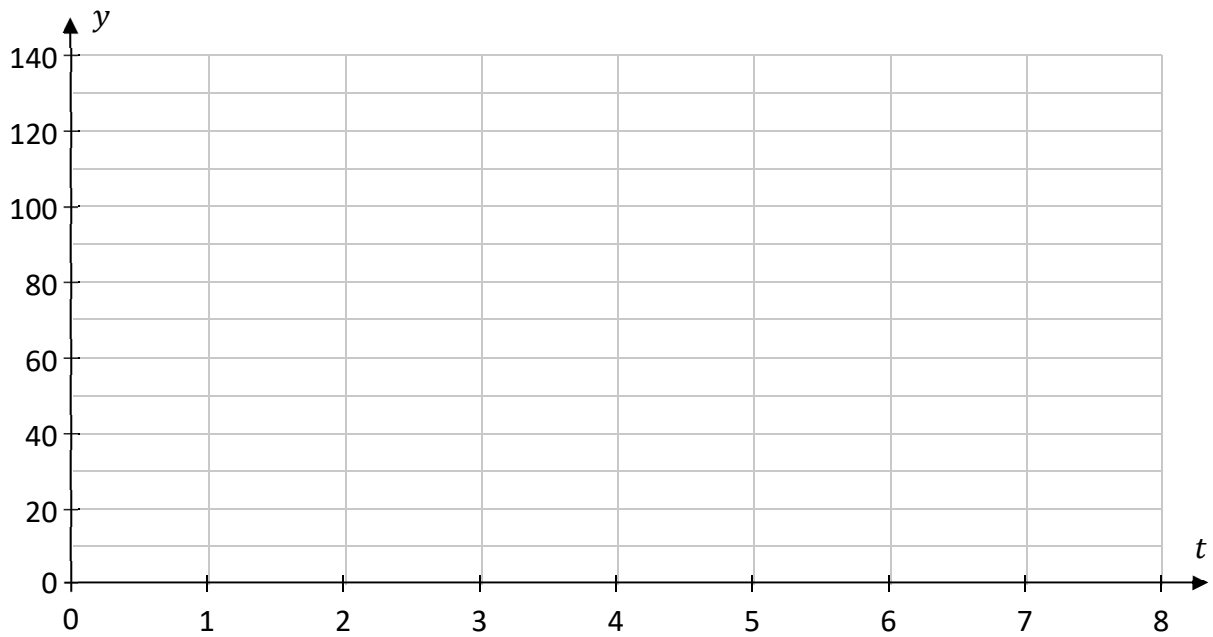
áit a bhfuil h ina mhéadair, $t \in \mathbb{R}$, agus $\frac{\pi}{3}t$ ina raidiain.

(a) Comhlánaigh an tábla thíos. Tá luach $h(1)$ tugtha.

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$h(t)$		42							



(b) Tarraing graf $y = h(t)$ le haghaidh $0 \leq t \leq 8, t \in \mathbb{R}$.



(c) Faigh peiriad agus raon $h(t)$.

Peiriad = _____	Raon = [,]
-----------------	------------------------------------

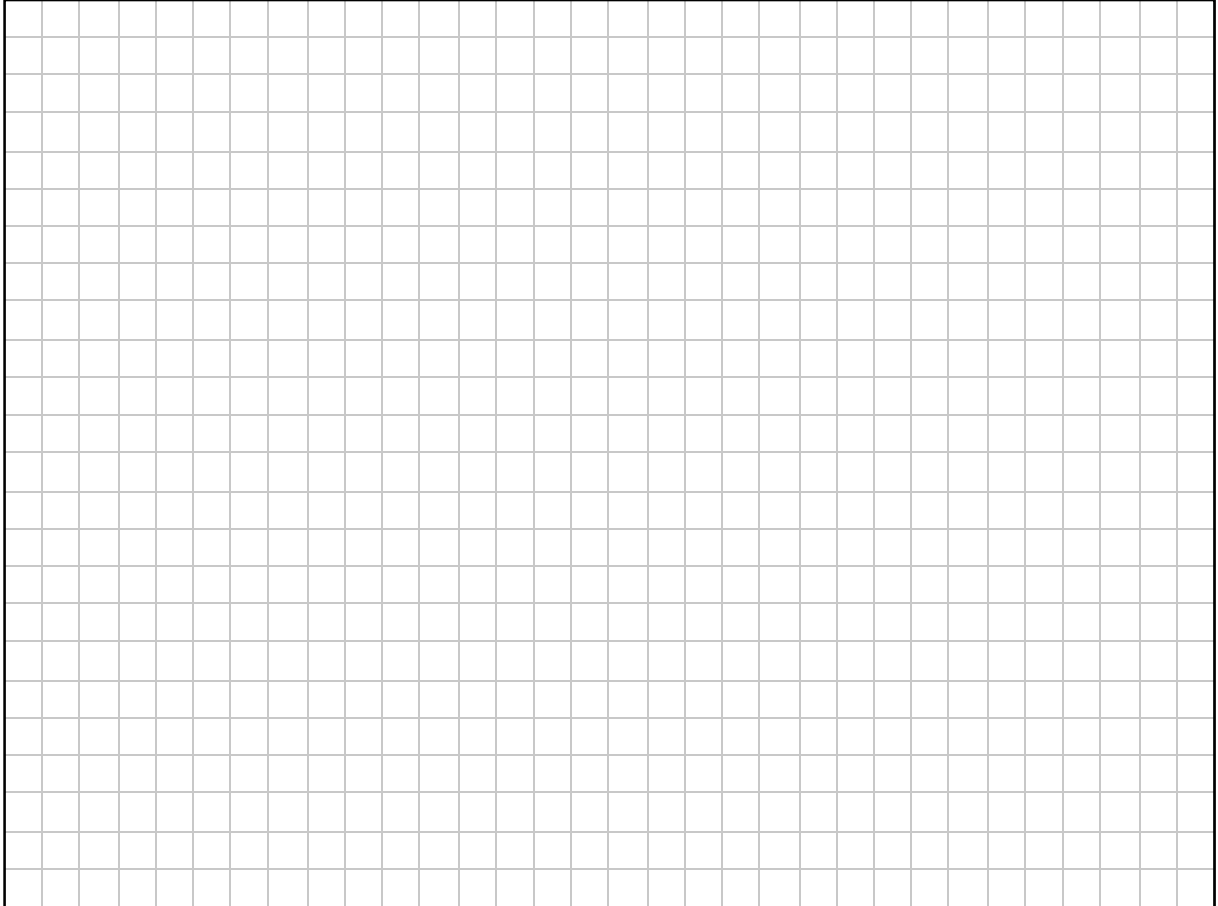
(d) Le linn thréimhse 50 nóiméad, cad é an líon nóiméad **is mó** a d'fhéadfadh pointe A a bheith níos airde ná 42 m?

<i>Leantar den cheist seo ar an gcéad leathanach eile.</i>
--

- (e) Réitigh an chothromóid seo a leanas chun a fháil amach cad é an **dara** ham (luach t) a bheidh pointe A ag airde 110 m, tar éis dó tosú ag casadh:

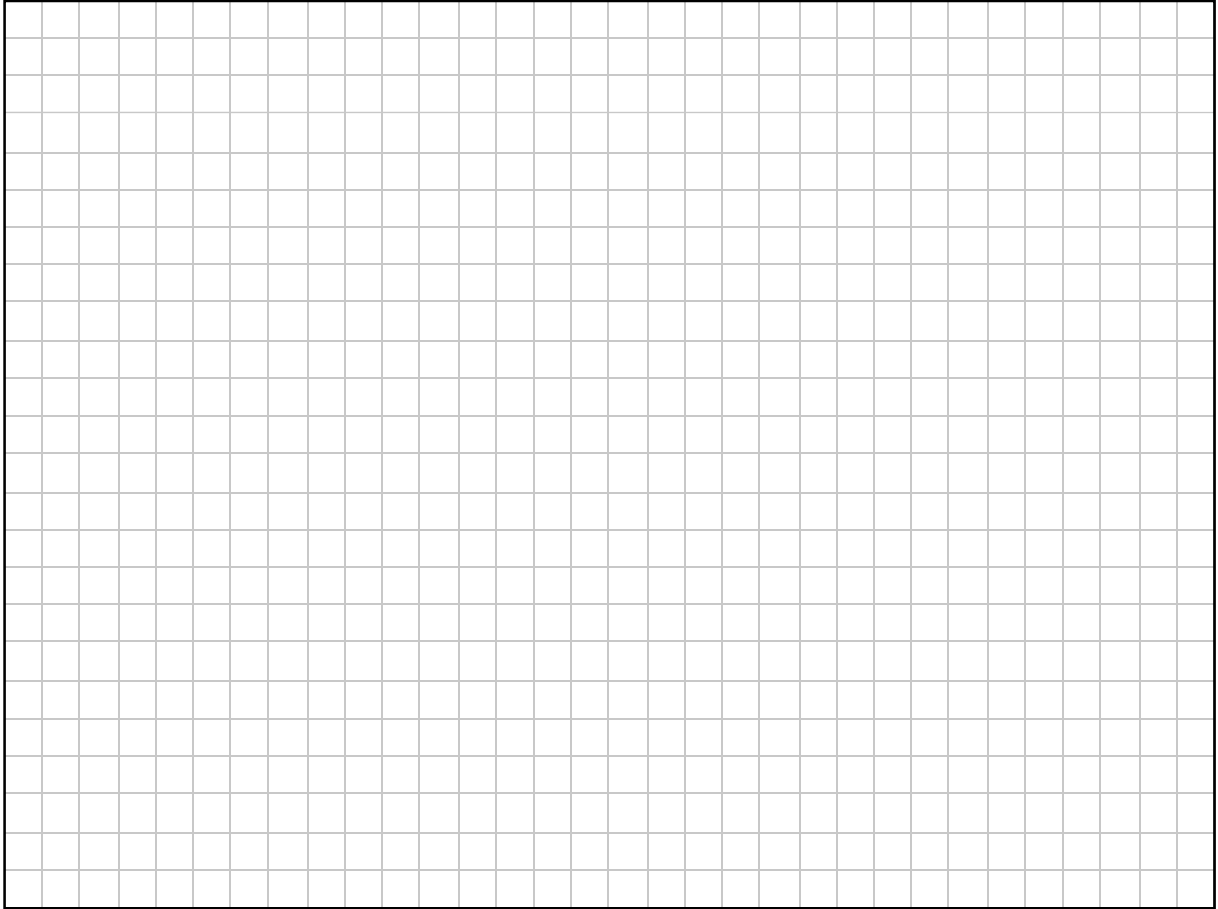
$$72 - 60 \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right) = 110$$

Bíodh do fhreagra ina nóiméid, ceart go dtí 2 ionad dheachúlacha.



- (f) Agus suimeáil á húsáid agat, faigh meán-airde phointe A i rith na gcéad 8 nóiméad a bhíonn an roth ag casadh. Bíodh do fhreagra ceart go dtí ionad deachúlach amháin.

Cuimhnigh air go bhfuil $h(t) = 72 - 60 \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$.



Ceist 9**(50 marc)**

Faigheann Alex instealltaí de dhruaga leighis. Bíonn 15 mg den druga i ngach instealladh díobh. Gach lá, tagann **laghdú** 40% ar an méid den druga as instealladh atá fágtha i gcorp Alex. Mar sin, tugann sé seo an méid den druga (ina mg) fágtha i gcorp Alex t lá tar éis instealladh amháin:

$$15(0.6)^t$$

áit a bhfuil $t \in \mathbb{R}$.

- (a)** Faigh an méid den druga fágtha i gcorp Alex 2.5 lá tar éis instealladh 15 mg amháin. Bíodh do fhreagra ina mg, ceart go dtí 2 ionad dheachúlacha.

- (b)** Cé mhéad ama tar éis instealladh 15 mg amháin a bheidh 1 mg go díreach den druga fágtha i gcorp Alex? Bíodh do fhreagra ina laethanta, ceart go dtí ionad deachúlach amháin.

Tugtar instealladh 15 mg den druga do Alex ag an am céanna **gach** lá ar feadh tréimhse fhada ama.

- (c) Mínigh cén fáth a dtugann sé seo an méid iomlán den druga, ina mg, i gcorp Alex láithreach bonn tar éis an 4ú hinstealladh:

$$15 + 15(0.6) + 15(0.6)^2 + 15(0.6)^3$$

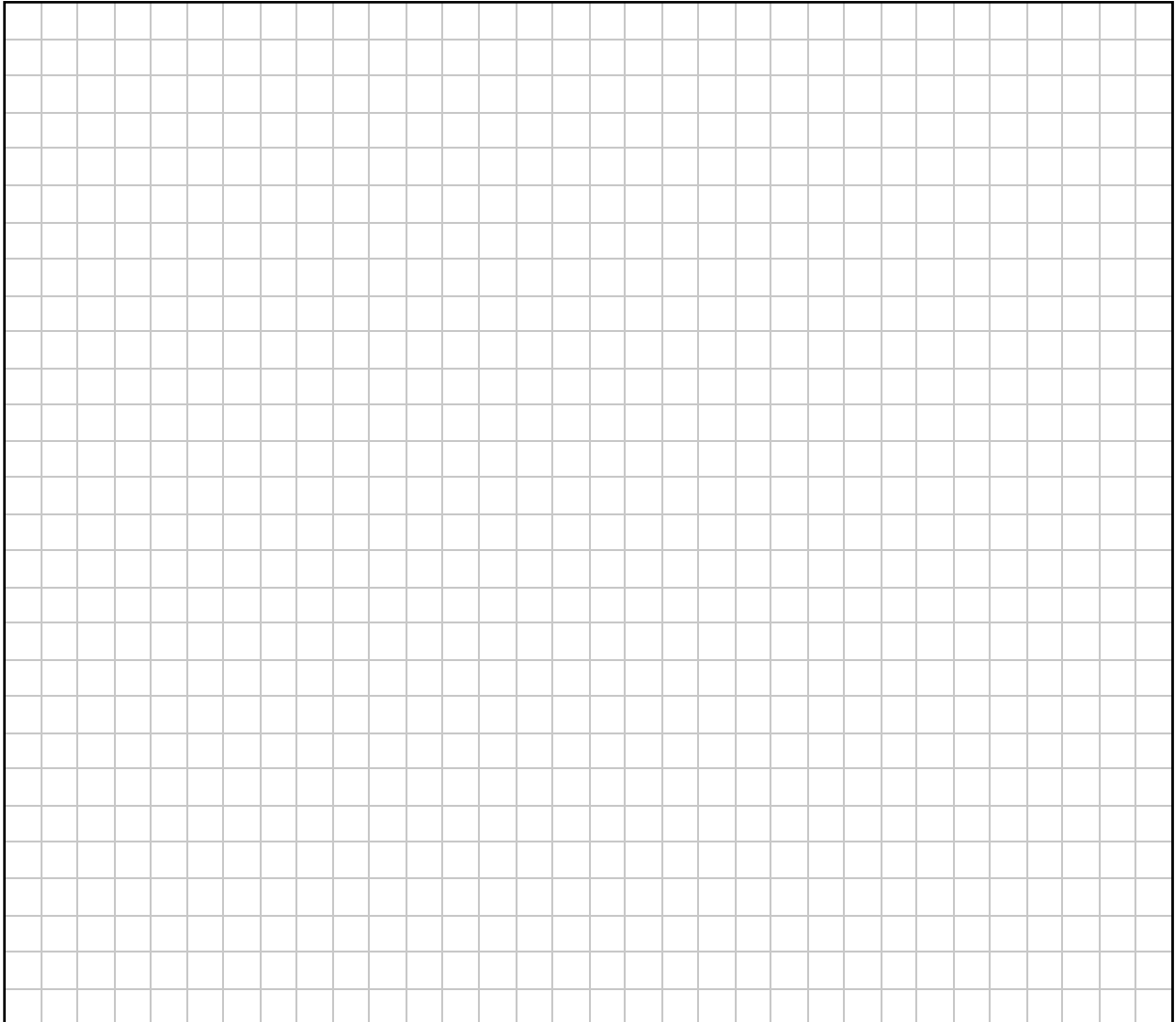
- (d) Faigh an méid iomlán den druga i gcorp Alex láithreach bonn tar éis an 10ú hinstealladh. Bíodh do fhreagra ina mg, ceart go dtí 2 ionad dheachúlacha.

- (e) Bain úsáid as an bhfoirmle do shuim sraithe iolraíche go héigríoch chun meastachán a dhéanamh ar an méid den druga (ina mg) a bheidh i gcorp Alex tar éis tréimhse fhada ama ina bhfaigheann sé instealladh gach lá.

Leantar den cheist seo ar an gcéad leathanach eile.

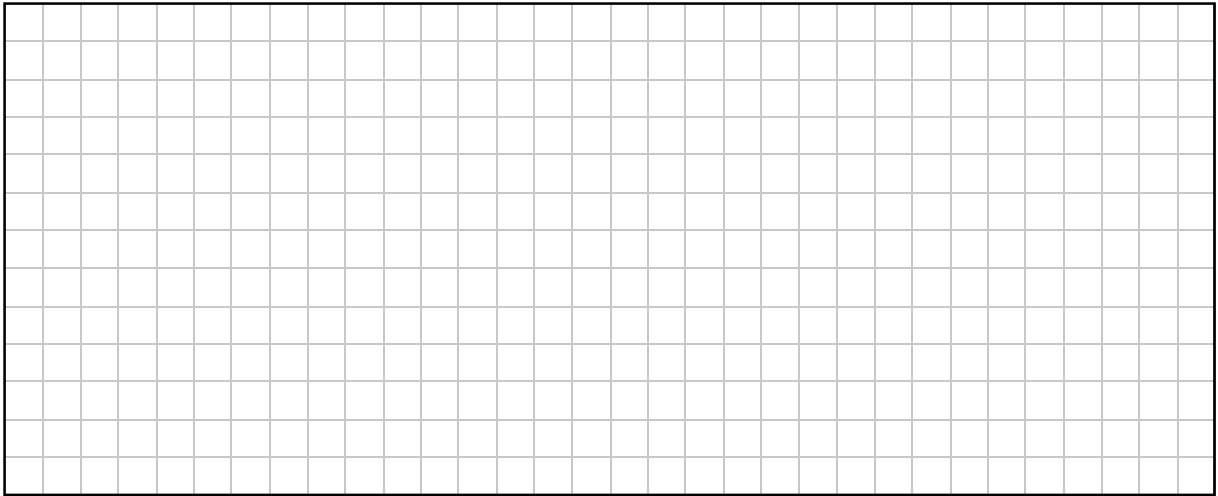
- (f) Faigheann Jessica instealladh laethúil de dhruaga leighis ag an am céanna gach lá freisin. Faigheann sí d mg den druga i ngach instealladh, áit a bhfuil $d \in \mathbb{R}$. Gach lá, tagann **laghdú** 15% ar an méid den druga as instealladh atá fágtha i gcorp Jessica.
- (i) Bain úsáid as suim sraithe iolraíche chun a thaispeáint gurb ionann an méid iomlán den druga (ina mg) atá i gcorp Jessica láithreach bonn tar éis an n ú hinstealladh, áit a bhfuil $n \in \mathbb{N}$, agus:

$$\frac{20d(1 - 0.85^n)}{3}$$



(ii) Láithreach bonn tar éis an 7ú hinstealladh, tá 50 mg den druga i gcorp Jessica.

Faigh an méid den druga i gceann amháin de na hinstealltaí laethúla a fhaigheann Jessica. Bíodh do fhreagra ceart go dtí an mg is gaire.



Ceist 10**(50 marc)**

Iarrtar ar dhalta liosta fada de dhigití a chur de ghlanmheabhair, agus ansin an liosta a scríobh síos níos déanaí. Is féidir cóimheas, P , na ndigití is féidir leis a thabhairt chun cuimhne i gceart tar éis t uair an chloig a shamhaltú de réir na feidhme:

$$P(t) = 0.82 - 0.12 \ln(t + 1)$$

áit a bhfuil $0 \leq t \leq 12$ agus $t \in \mathbb{R}$.

- (a)** Faigh cóimheas na ndigití a thabharfadh sé chun cuimhne i gceart tar éis 3 uair an chloig, de réir an tsamhaltaithe seo. Bíodh do fhreagra ceart go dtí 2 ionad dheachúlacha.

- (b)** Tar éis cé mhéad uair an chloig a thabharfadh sé 55% go díreach de na digití chun cuimhne i gceart, de réir an tsamhaltaithe seo? Bíodh do fhreagra ceart go dtí 2 ionad dheachúlacha.

(c) (i) Faigh luach $P'(1)$.

(ii) Bíonn $P'(t)$ diúltach i gcónaí le haghaidh $0 \leq t \leq 12$, $t \in \mathbb{R}$.
Cad a deir é seo leat maidir le cóimheas na ndigití a thabharfadh sé chun cuimhne i gceart tar éis t uair an chloig, de réir an tsamhaltaithe seo?

(d) Bain úsáid as an gcalcalas le taispeáint **nach** bhfuil aon pointe athchasaídh ag graf $y = P(t)$, le haghaidh $0 \leq t \leq 12$, $t \in \mathbb{R}$.

Leantar den cheist seo ar an gcéad leathanach eile.

Má fhoghlaimimid scil, agus mura gcleachtaimid í ansin, is gnách go laghdaíonn ar ár gcumas í a dhéanamh in imeacht an ama. Mar shampla, má fhoghlaimíonn tú conas an giotár a sheinm agus mura seinneann tú an giotár go ceann roinnt míonna, is dócha nach mbeidh tú chomh maith céanna ag seinm an ghiotáir an chéad uair eile a bhainfidh tú triail as.

Is féidir an iarmhairt seo a shamhaltú de réir na cothromóide seo a leanas:

$$A = B(t + 1)^c$$

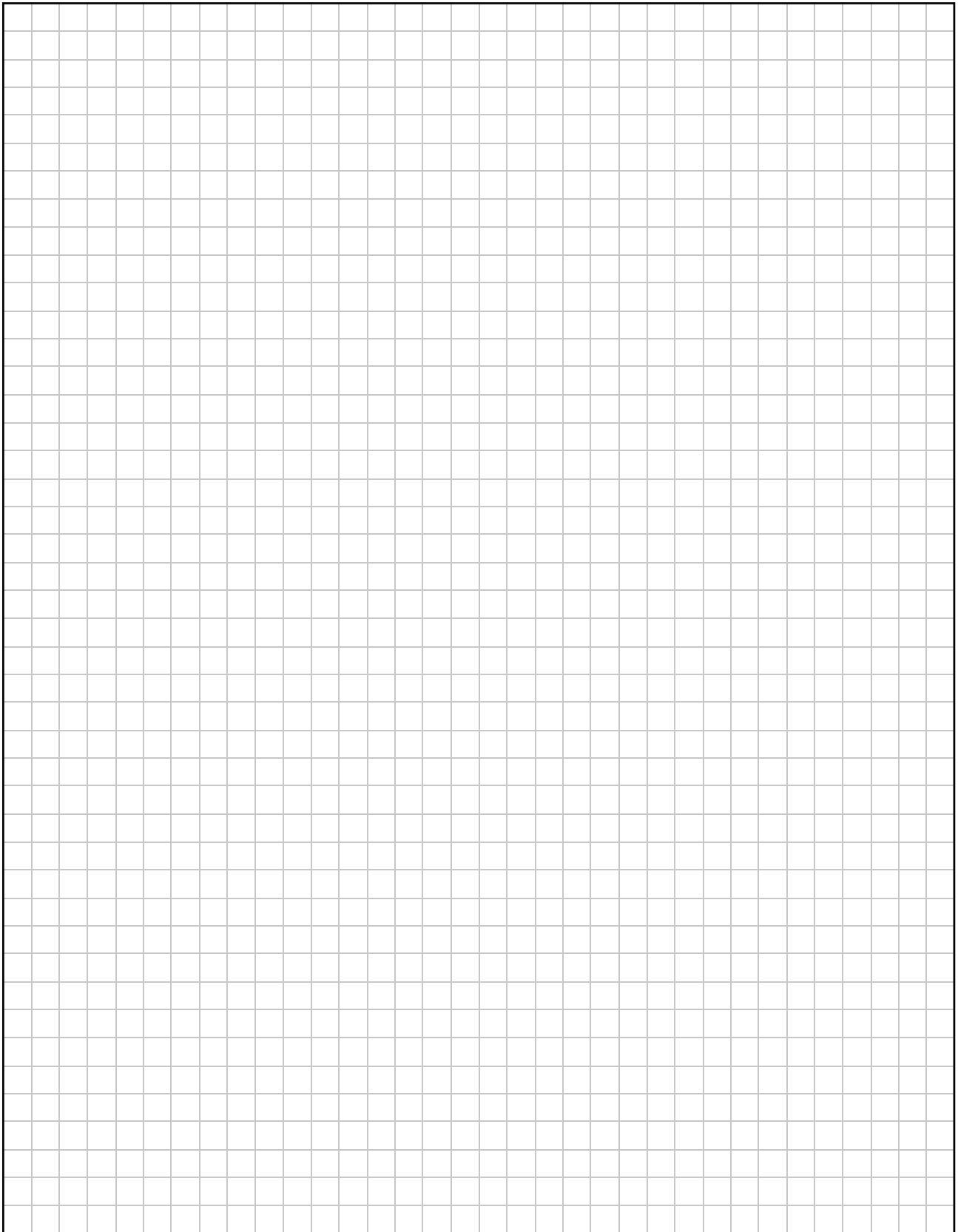
áit ar tomhas é A de cé chomh maith agus is féidir an scil a dhéanamh ag am áirithe ($t = 0$); áit ar tomhas é B de cé chomh maith agus is féidir an scil a dhéanamh tar éis t mí, gan chleachtadh; áit ar tairiseach é c ; agus áit a bhfuil $A, B, c, t \in \mathbb{R}$.

(e) (i) Scríobh c i dtearmaí $\log_{10} A$, $\log_{10} B$, agus $\log_{10}(t + 1)$.

(ii) Fuair dalta 80% i scrúdú giotáir. Tar éis dhá **bhliain** gan an giotár a sheinm, fuair an dalta 47% sa scrúdú céanna. Úsáid é seo chun luach c a fháil de réir an tsamhaltaithe thuas, ceart go dtí 3 ionad dheachúlacha.

Leathanach le haghaidh obair bhreise.

Lipéadaigh aon obair bhreise go soiléir le huimhir na ceiste agus leis an gcuid den cheist.



Ná scríobh ar an leathanach seo

Fógra cóipchirt

D'fhéadfadh sé go bhfuil téacsanna nó íomhánna sa scrúdpháipéar seo nach é Coimisiún na Scrúduithe Stáit úinéir an chóipchirt orthu, agus d'fhéadfadh sé gur athchóiríodh iad, chun críche an mheasúnaithe, gan cead na n-údar a fháil roimh ré. Ullmhaíodh an scrúdpháipéar seo de réir Alt 53(5) den *Acht um Chóipcheart agus Cearta Gaolmhara, 2000*. Ní údaraítear aon úsáid dá éis chun aon chríche ach amháin chun na críche dá bhfuil sé beartaithe. Ní ghlacann an Coimisiún aon dliteanas as sárú ar bith ar chearta tríú páirtí a eascraíonn as dáileadh ná as úsáid neamhúdraithe an scrúdpháipéir seo.

Scrúdú na hArdteistiméireachta – Ardleibhéal

Matamaitic Páipéar 1

Dé hAoine 10 Meitheamh

Tráthnóna 2:00 - 4:30